ЗАДАНИЕ I: Термодинамика, VI семестр, 2019 уч.год

1. Исходя из I-го Начала термодинамики показать, что для любого процесса $\varphi(\cdot,\cdot) = \mathrm{const}$ с теплоемкостью $C_\varphi = C_\varphi(T,V)$, и для произвольных дифференцируемых функций Ψ, χ, между ним и термическим уравнением состояния $P = P(T,V)$ произвольной термодинамической системы имеется дифференциальная связь:
$$\left(\frac{\partial\Psi(P)}{\partial\chi(V)}\right)_\varphi = n_\varphi \left(\frac{\partial\Psi(P)}{\partial\chi(V)}\right)_T, \quad \text{где:} \quad n_\varphi = \frac{(C_\varphi - C_P)}{(C_\varphi - C_V)}. \qquad (1)$$
Определить n_φ для политропического, адиабатического, изотермического, изохорического и изобарического процессов, и решить соответствующие им уравнения для процессов с идеальным газом массивных частиц, $PV = NkT$, с $C_V = \mathrm{const}$. Применимо ли такое дифференциальное уравнение (1) для политропического процесса с равновесным излучением? Если нет, то почему? Найти интеграл общего дифференциального уравнения политропического процесса и сравнить его с интегралом соответствующего уравнения для излучения?

2. Найти отношение C_φ/C_V для процесса с равновесным излучением $\varphi(P,V) \equiv PV^n = \mathrm{const}$ при $n = \mathrm{const}$.

3. Для:
$$\overline{n} \equiv \frac{N}{V}, \quad \alpha_P \equiv \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \quad K_{S,\,[T]} \equiv -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{S,\,[T];N}, \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V},$$
доказать: $K_{S,\,[T]} = \dfrac{1}{\overline{n}}\left(\dfrac{\partial\overline{n}}{\partial P}\right)_{S/N,\,[T]}, \quad K_T = \gamma K_S, \quad \dfrac{S}{V} = \left(\dfrac{\partial P}{\partial T}\right)_\mu, \quad \overline{n} = \left(\dfrac{\partial P}{\partial\mu}\right)_T,$
$$\left(\frac{\partial\overline{n}}{\partial\mu}\right)_T = K_T\,\overline{n}^2, \quad K_S = K_T - \frac{TV}{C_P}\alpha_P^2, \quad \frac{1}{K_S} = \frac{1}{K_T} + \frac{TV}{C_V}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2.$$

4. Найти скорость звука $v_{\text{зв}}^2 = (\partial P)/\partial\rho)_S$ в идеальном газе массивных частиц при такой температуре, что давление его равновесного излучения уже сравнимо с давлением самого газа, при $\rho = \rho_g = m\overline{n}$, $C_{Vg} = \lambda Nk$, $\overline{u}(T) = \sigma T^4$, $z = \dfrac{4\sigma T^3}{3\overline{n}k}$. Что получится для нее, если учесть и плотность излучения $\rho_r = \overline{u}(T)/c^2$, $\rho = \rho_g + \rho_r$?

5. Показать, что теплоемкость C_V зависит только от температуры для газов:
$$P = \frac{\nu RT}{V-b} - \frac{\widetilde{a}}{V^{5/3}}, \qquad P = \frac{\nu RT}{V-b} - \frac{a}{V(V-b)} + \frac{bc}{V(V^2-b^2)},$$
и, считая ее известной, найти энтропию и все термодинамические потенциалы этих газов.

6. Магнетик объемом V в слабом магнитном поле $\mathcal{H}$ под внешним давлением P имеет намагниченность *единицы объема* $\overline{\mathcal{M}} = \chi(T)\mathcal{H}$ и полный магнитный момент $M = \overline{\mathcal{M}}V$. Найти связь адиабатической объемной магнитострикции $(\partial V/\partial\mathcal{H})_{P,S}$ с адиабатическим магнитоупругим (пьезомагнитным) эффектом $(\partial M/\partial P)_{\mathcal{H},S}$. Полагая сперва и его сжимаемость $K_S = \mathrm{const}$, найти $\Delta V/V \ll 1$ в слабом $\mathcal{H}$. Решить ту же задачу для изотермических $(\partial V/\partial\mathcal{H})_{P,T}$ и $(\partial M/\partial P)_{\mathcal{H},T}$, и K_T. Найти связь между $K_S(\mathcal{H})$ и K_T, и отличие этих случаев в общем виде, если слабое поле $\mathcal{H}$ не меняет термическое уравнения состояния $P = P(T,V)$.

7. Доказать, что для теплоемкости $C_{V,N}$, как функции T, V, μ:
$$C_{V,N}(T,V,\mu) = T\left[\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{V,\mu} - \left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)_{V,\mu}^2 \Big/ \left(\frac{\partial N}{\partial\mu}\right)_{V,T}\right].$$

8. Выразив элемент работы $\delta A = -\dfrac{V}{4\pi} E dD$ электрического поля E с индукцией $D = \varepsilon(T)E$ для плоского конденсатора объемом $V = a\Sigma$, емкостью $\Omega(T) = \Omega_0\varepsilon(T)$, $\Omega_0 = \dfrac{\Sigma}{4\pi a}$, в переменных его разности потенциалов $\phi = Ea$, и заряда $q = \Omega(T)\phi$, найти: изменение энтропии и тепло выделившееся (?) при его изотермической зарядке; теплоемкости C_ϕ и C_q, и сравнить их с C_E и C_D и друг с другом, и в общем виде – с $C_{\mathcal{P}}$.

9. Найти к.п.д. тепловой машины, работающей по обратимому циклу из изотермы, адиабаты и политропы, с максимальной и минимальной температурами $T_1 > T_2$ (два варианта). Сравнить с к.п.д. цикла Карно.

10. Найти теплоемкость C_φ процесса $\varphi(P, V) = \mathrm{const}$ в терминах C_V, γ, V, K_T и C_V, γ, V, K_S. Чему равно γ и K_T для системы с уравнением состояния $P = P(T)$. Найти и для нее теплоемкость C_φ этого процесса в терминах существующих для нее величин. Что получится для излучения? Проверить ответ, решив с его помощью заново задачу 2.

11. В вертикально расположенном теплоизолированном цилиндре радиуса r закреплен теплопроводящий поршень массы m, делящий цилиндр на две равные части, в каждой из которых содержится по 1 молю ид. газа с $C_V = \mathrm{const}$, при температуре T и давлении P. Затем поршень отпускают и он опускается под действием силы тяжести. Найти изменение энтропии газа в двух предельных случаях: а) $mg \ll \pi r^2 P$; б) $mg \gg \pi r^2 P$. Указание: используя параметры: $\eta = \dfrac{mg}{\pi r^2 P}$, $\xi = \dfrac{V_1 - V_2}{2V}$, $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$, найти $\xi = \xi(\eta)$.

12. Три тела с одинаковой постоянной теплоемкостью C имеют температуры $T_1 = T_2 = x$ и $T_3 = y$. До какой максимальной температуры T_{max} можно нагреть одно (какое?) из них, используя тепло двух других и идеальную тепловую машину, работающую на любом перепаде температур, если извне не подводить тепла и не производить работу внешними силами? Как это конкретно можно сделать? Получить и объяснить ответ в общем виде. Найти значение T_{max} для $x = 300\,\mathrm{K}$, $y = 100\,\mathrm{K}$.

Сдать до   марта сего года