Лабораторная работа 3-8

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Введение

Переходными процессами в электрических цепях называются процессы, возникающие при переходе от одного установившегося режима к другому в результате изменения напряжения источника, частоты, формы сигнала и т.д. Изменение параметров источников и элементов цепей называется коммутацией. Важными элементами в таких цепях являются так называемые RC- и RL-цепочки. RC- и RL-цепочки, которые широко применяются в вычислительной и импульсной технике. С их помощью можно интегрировать или дифференцировать электрические сигналы. Используя свойства RC- и RL-цепочек, можно формировать рабочую полосу частот электронных устройств.

Применение таких цепочек можно проиллюстрировать на примере интегрирующей RC-цепочки. В физических приборах она часто встраивается в конечном каскаде усилителя. С помощью этой цепочки добиваются сглаживания или иногда говорят интегрирования сигнала. При этом шумовая дорожка сигнала становится меньше за счет «электронного» усреднения соседних значений регистрируемого сигнала, т.е. они становятся скоррелированным. Характеристикой, описывающей эту корреляцию, является постоянная времени. При выборе оптимальных условий измерений в эксперименте, таких как скорость и точность измерений, постоянная времени играет важную роль.

Другим примером может служить типичная проблема пробоя при включении и выключении электрических цепей содержащих реактивные элементы. В таких цепях переход к новому установившемуся режиму связан с нарастанием или убыванием электрической и магнитной энергии W в реактивных элементах. Как известно, мощность $\boldsymbol{P}$ связана с энергией W следующим выражением:

$$P = \frac{dW}{dt} = U \cdot I .$$

При мгновенном изменении энергии ($dt \to 0$) мощность ***P*** бесконечно велика, что, естественно, может быть лишь при бесконечно больших токах и напряжениях в цепи. В большинстве случаев это и является причиной выхода из строя электронной аппаратуры.

Цель работы

Цель работы – изучение переходных процессов, протекающих в электрических цепях, составленных из сопротивлений, индуктивностей и емкостей (в так называемых *RC*- и *RL*-цепочках).

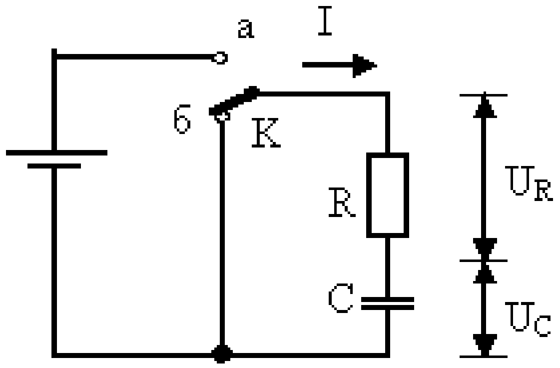

Рис. 1. Эквивалентная схема генератора импульсного напряжения прямоугольной формы, нагруженного на *RC*-цепочку

1. Электрический импульс, проходящий через RC-цепочку

Рассмотрим электрическую цепь, изображенную на рис.1. Пусть в начальный момент времени (*t=0*) конденсатор не заряжен. Перекинем ключ *K* в положение ***а*** на время *T*, затем снова вернем его в положение ***б***. Такая схема эквивалентна генератору прямоугольного импульса с нулевым внутренним сопротивлением, напряжение на выходе которого есть

$$U_{вх} = \begin{cases} 0 & \text{при } t<0 \\ e & \text{при } 0 \le t \le T \\ 0 & \text{при } t>T \end{cases} \cdot$$

Если к такому генератору (рис. 1) подключить резистор и конденсатор (*RC*-цепочка) а на выходе снимать напряжение U_C с обкладок конденсатора, то *RC*-цепочка называется интегрирующей, если снимать U_R на резисторе, *RC*-цепочка называется дифференцирующей. Смысл этих названий будет пояснен ниже. Сейчас заметим, что при $0<t<T$ происходит зарядка конденсатора, а при $t>T$ – его разрядка.

1.1. Зарядка конденсатора. При замыкании цепи (ключ в положении ***a***, рис.1) конденсатор начнет заряжаться. Заряды, появляющиеся на пластинах, начнут уменьшать ток в цепи. Этот процесс можно описать уравнениями

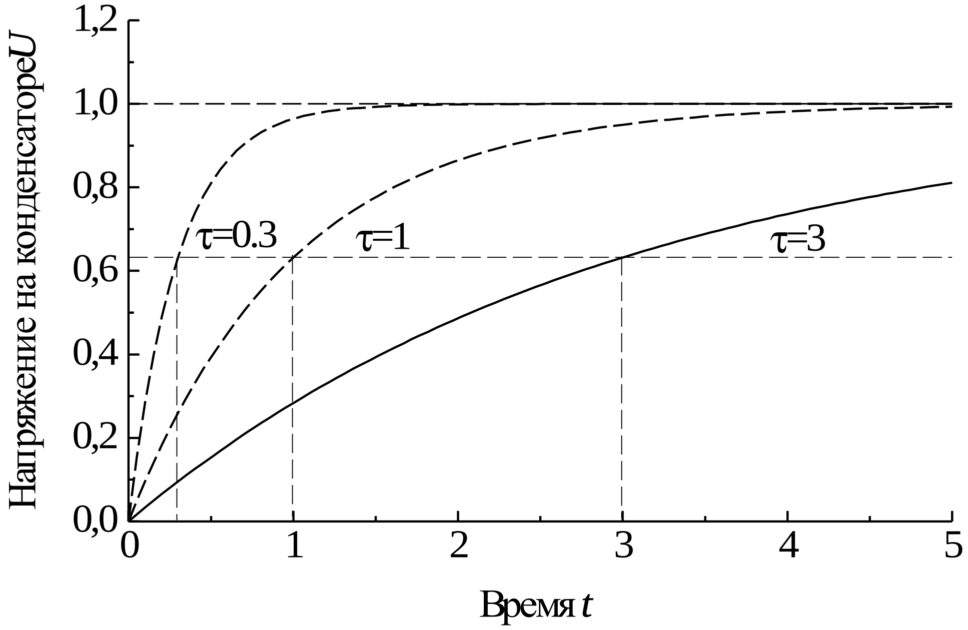

Рис. 2. Зависимость напряжения от времени при зарядке конденсатора.

$$I=\frac{dq}{dt},\quad q=CU,\ RI=e-U, \qquad (1)$$

где U - напряжение на конденсаторе. Исключив I и U из формулы (1), получим линейное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{dq}{dt}+\frac{q}{RC}=\frac{e}{R}.$$

Решением этого уравнения является выражение

$$q=A\cdot\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)+Ce\,.$$

Исходя из начальных условий зарядки конденсатора (при $t=0$, $q=0$), можно определить значение постоянной интегрирования:

$$A = \text{-}C\varepsilon, \quad q = C\varepsilon\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{t}\right)\right]. \tag{2}$$

Здесь t-постоянная времени RC-цепочки (характерное время зарядки или иначе время релаксации). Закон изменения напряжения на конденсаторе во время зарядки можно получить из уравнения (2), поделив обе части уравнения на C:

$$U_C = \frac{q}{C} = e\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{t}\right)\right]. \tag{3}$$

При зарядке конденсатора напряжение на пластинах конденсатора увеличивается до максимальной величины по экспоненциальному закону. На рис. 2 показаны зависимости U_C от времени для трех постоянных времени t – постоянная времени RC –цепочки, определяющая скорость переходного процесса.

Для нахождения U_R сначала найдем ток через сопротивление R:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Величину U_R найдем из закона Ома:

$$U_R = IR = \frac{Ce}{t} e^{-\frac{t}{t}} \tag{4}$$

1.2. Разрядка конденсатора происходит, если переключить ключ ***К*** в положение ***б*** (рис.1). Для изучения разрядки конденсатора запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} q = CU_C \\ I = \dfrac{U_R}{R} \end{cases} \tag{5}$$

Из рис. 1 очевидно, что $U_C = -U_R$. Кроме того, $I = dq/dt$. Получаем уравнение

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC} \qquad (6)$$

При решении этого уравнения будем учитывать, что в момент t=T заряд конденсатора определяется уравнением (2), т.е.

$$q(T) = Ce\left(1 - e^{-t/t}\right).$$

Здесь t=RC. Отсюда

$$q(t) = Ce\left[e^{-\frac{(t-T)}{t}} - e^{-\frac{t}{t}}\right] \quad \text{при } t>T,$$

и напряжение на выходе

$$U_C = -U_R = e\left(e^{-\frac{(t-T)}{t}} - e^{-\frac{t}{t}}\right). \qquad (7)$$

Таким образом, в рассмотренных цепях напряжения и токи во время переходного процесса изменяются по экспоненциальному закону. Постоянная времени t характеризует скорость переходного процесса. За время t=t убывающая по экспоненте величина уменьшается в e раз (т.е. примерно в 2.7 раз) и достигает 0.37 своего первоначального процесса, а нарастающая 0.63 установившегося значения. На рис.2 показано как нарастающая величина U_C при t=1 достигает значения 0.63 от установившегося значения равного 1. За время t=3t и t=5t она достигнет соответственно, 0.95 и 0.99. Практически переходный процесс можно считать законченным за время t=(3÷5)t. Аналогично убывающая величина за время t=3t и t=5t достигает, соответственно, 0.05 и 0.01 своего первоначального значения.

Рассмотрим на рис. 1 различные предельные ситуации, по которым можно различать RC– цепочки (аналогично и RL -цепочки). Вводя по определению падения напряжений на сопротивлении и ёмкости,

$$U_R = IR = \frac{dq}{dt} R \; .$$

$$U_C = \frac{q}{C}.$$

и учитывая связь между ними

$$U_R = \frac{dq}{dt}\frac{RC}{C} = t\,\frac{dU_C}{dt}.$$

$$t = RC.$$

$$U_C = \frac{Rq}{RC} = \frac{1}{t}\int U_R dt.$$

получим два предельных случая:

Если $U_R << U_C$, то $U_{вх} \sim U_C$ и, снимая сигнал с U_R, имеем $U_R \sim t\,\frac{dU_{вх}}{dt}$ - производная от входного сигнала, то есть дифференцирующая цепочка.

Если $U_R >> U_C$, то $U_{вх} \sim U_R$, снимая сигнал с U_C, получаем $U_C \sim \frac{1}{t}\int U_{вх} dx$ - интеграл от входного напряжения, то есть интегрирующая цепочка.

1.3. Интегрирующая RC-цепочка. Объединяя формулы (3) и (7), получаем

$$U_C = \begin{cases} e\left(1 - e^{-\frac{t}{t}}\right) & \text{при } 0 < t < T \\ e\left[e^{-\frac{(t-T)}{t}} - e^{-\frac{t}{t}}\right] & \text{при } t > T \end{cases}$$

График этой функции показан на рис. 3. Сравнивая графики на рис. 3"б " и 3"в", видим, что интегрирующая цепочка сглаживает сигнал. В частности при $T<<t$ напряжение на выходе пропорционально интегралу от напряжения на входе. Это со-

ответствует выше написанному условию $U_R >> U_C$, так как выполняется при больших ***R*** или *C*, что и объясняет происхождение названия *R*-цепочки данного типа.

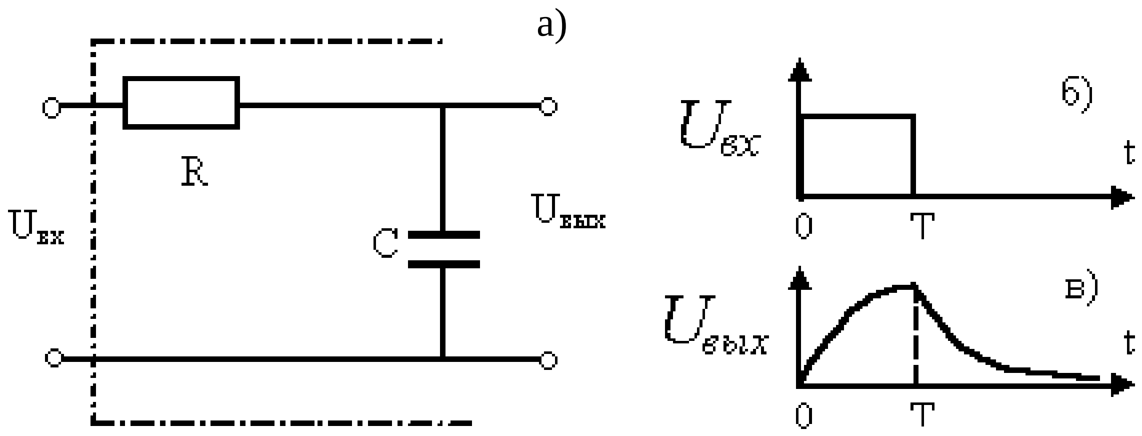

Рис. 3. Принципиальная схема а) форма входного импульса б) и выходного в) интегрирующей *RC*-цепочки.

1.4. Дифференцирующая RC-цепочка. Если на выходе снимается напряжение не на конденсаторе, а на резисторе, то

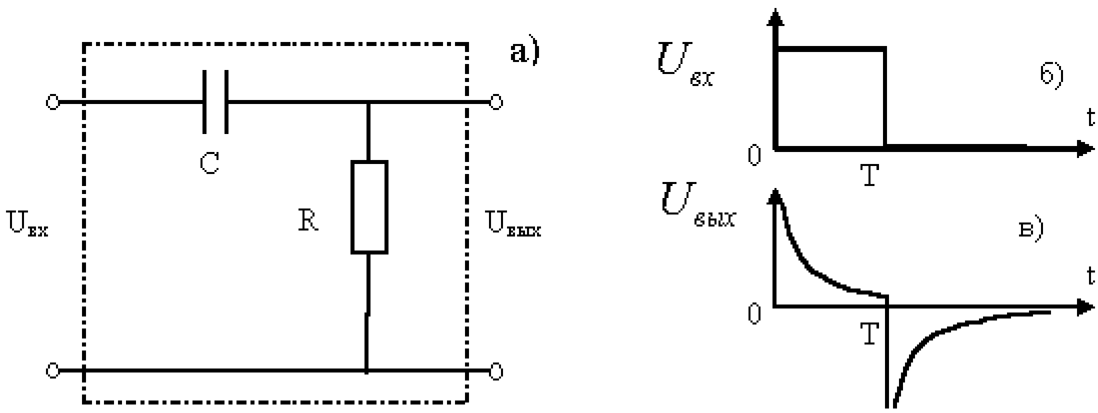

Рис. 4. Дифференцирующая цепочка а) принципиальная схема, б) форма импульса на входе, в) форма импульса на выходе цепочки

$$U_R = \begin{cases} e \cdot e^{-\frac{t}{t}} & \text{при } 0 < \mathrm{t} \le \mathrm{T} \\ -e\left[e^{-\frac{(t-T)}{t}} - e^{-\frac{t}{t}}\right] & \text{при } \mathrm{t} > \mathrm{T} \end{cases}$$

(рис. 4). В частности, при $t << T$ зарядка и разрядка конденсатора происходят очень быстро по сравнению с длительностью входного импульса, что соответствует условию $U_R << U_C$, и ток через сопротивление отличен от нуля в течение небольшого времени в начале и в конце импульса, а напряжение на сопротивлении пропорционально производной прямоугольного импульса. Это объясняет происхождение названия «дифференцирующая цепочка».

2. Электрический импульс, проходящий через RL-цепочку

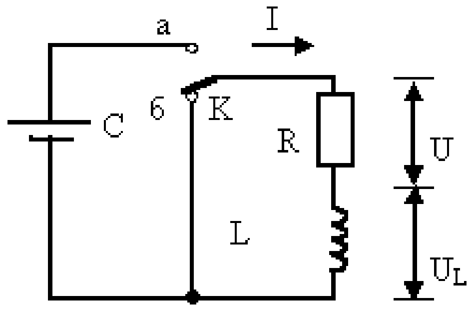

Рис. 5. Эквивалентная схема генератора импульсного напряжения прямоугольной формы, нагруженного на *RC*-цепочку.

Эквивалентная схема генератора импульсного напряжения прямоугольной формы, нагруженного на *RL*- цепочку показана на рис.5. Рассмотрение этого генератора аналогично теории, изложенной в п. 1.1, с той разницей, что в интегрирующей *RL*-цепочке напряжение на выходе снимается с сопротивления (рис.6), а в дифференцирующей – с индуктивности (рис. 7).

Коротко рассмотрим процессы, протекающие при включе-

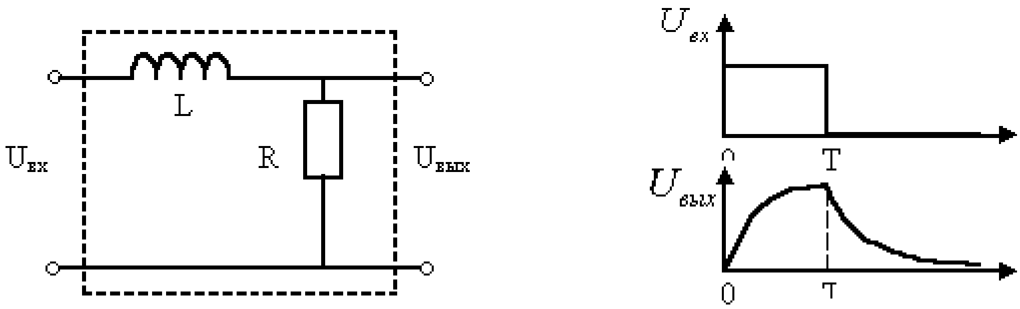

Рис. 6. Интегрирующая цепочка.

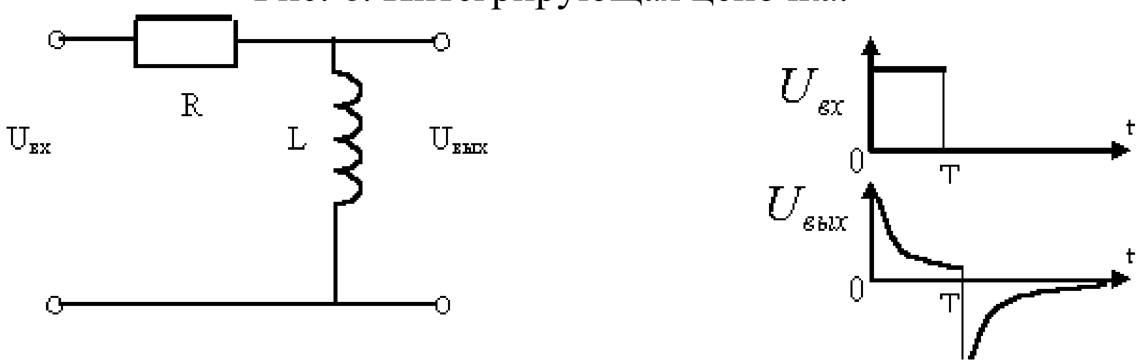

Рис. 7. Дифференцирующая цепочка

нии напряжения при нулевой начальной энергии в индуктивности. Отключение от источника постоянного напряжения предлагается рассмотреть самостоятельно. При включении приложенное напряжение U равно сумме падения напряжения на сопротивлении и падения напряжения уравновешивающего ЭДС самоиндукции в индуктивности L:

$$L\frac{dI}{dt}+IR=U$$

При решении этого дифференциального уравнения получим

$$I=\frac{U}{R}+Ae^{-\frac{L}{R}}$$

В начальный момент времени, когда $t=0$, ток равен нулю. Отсюда

$$I(0)=\frac{U}{R}+A=0,\quad A=-\frac{U}{R}.$$

Тогда ток, протекающий в цепи:

$$I=\frac{U}{R}\left(1-e^{-\frac{L}{R}}\right).$$

Подставив в формулу $U_L=L\frac{dI}{dt}$ значение тока, определим напряжение на индуктивности:

$$U_L=Ue^{-\frac{1}{t}},$$

где величина *постоянной времени* t теперь определится соотношением $t=\frac{L}{R}$.

3. Условие квазистационарности

Теория переменных токов в RC- и RL-цепочках, изложенная в настоящем пособии, применима только в случае, если выполняется условие квазистационарности:

$$\frac{l}{t}<<c, \tag{8}$$

где l-длина провода, c – скорость света. Связано это с тем, что исходный электрический импульс распространяется по проводу со скоростью света, что приводит к тому, что мгновенные значения токов, проходящих через разные сечения провода, не равны между собой. Только в пределе (8) этим обстоятельством можно пренебречь. Если же это не так, то необходимо развивать более строгую теорию, основанную на уравнениях Максвелла, в которых учитывается, что переменное электрическое поле (токи смещения) порождает магнитное поле. Примеры таких теорий смотрите в [4, §143], и [5, §106,107].

При частоте электромагнитных колебаний 1 кГц при длине провода в несколько метров токи можно считать квазистационарными. Условие квазистационарности (8) выполняется также в данной лабораторной работе.

4. Экспериментальная установка

В экспериментальную установку входит генератор импульсов прямоугольной формы Г6-27, осциллограф, позволяющий измерить длительность и величину амплитуды изучаемого сигнала, магазин сопротивлений, емкостей и индуктивностей. Электрическая схема для изучения интегрирующей *RC*-цепи представлена на рис.8.

5. Рабочее задание и порядок выполнения работы

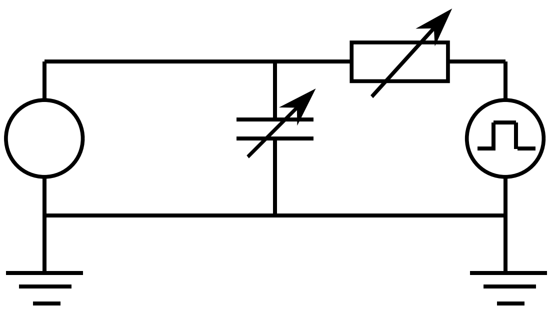

Рис. 8. 1-осциллограф; 2-магазин сопротивлений; 3-магазин емкостей; 4-генератор.

Задать частоту сигнала генератора примерно 1 кГц и амплитуду 3В. Измерив амплитуду и время импульса на экране осциллографа в сантиметрах, перевести их в обычные единицы измерения этих величин, воспользовавшись переходными коэффициентами, указанными на переключателях осциллографа. Рассчитать емкость C при которой постоянная времени τ будет равна длительности заданного сигнала ($\tau \approx T$) при заданном сопротивлении R=100 Ом.

Собрать схему интегрирующей цепочки. Зарисовать ее в тетрадь. Установить полученную емкость и сопротивление 100 Ом на магазине емкостей и сопротивлений соответственно.

Получить на осциллографе кривые напряжений для дифференцирующей и интегрирующей цепочек и скопировать их на миллиметровку для случаев:

а) с постоянными времени t, значительно большими длительности подаваемых импульсов T ($t >> T$);

б) с постоянными времени t, значительно меньшими длительности подаваемых импульсов $t_{имп}$ ($t << T$);

в) с постоянными времени t, равной длительности импульса: $t = T$.

Объяснить их.

Измерить для каждой кривой серию точек (не менее 10) и построить графики в полулогарифмических координатах (ось Y - lnU, ось X - t). Определить по этим данным постоянные времени исследуемых RC-цепей для случаев а), б) и случая в), когда $t \cong T$. Обсудить погрешности метода.

Провести исследования дифференцирующей RC-цепочки в соответствии с заданиями *пп*. 1-4.

Следуя пп. 1-4, провести исследования интегрирующей и дифференцирующей RL-цепочек.

6. Контрольные вопросы

Что называется переходным процессом в электрической цепи?

Начертите схемы основных типов RL- и RC-цепей.

Чему равна постоянная времени для RL- и RC-цепи? Какова ее размерность и почему?

Как зависит амплитуда выходного сигнала от величины входящих в RC- и RL-цепи элементов?

Известно, что одинаковые условия интегрирования и дифференцирования можно обеспечить при различных величинах R, L и C. Из каких соображений следует выбирать конкретные величины R, L и C?

Рассчитайте индуктивность и емкость двух параллельных проводов длиной 10 см и диаметром 1 мм, находящихся на расстоянии 1 мм друг от друга. Это даст Вам наглядное представление о величине *распределенных емкостей и индуктивностей* монтажа электрических цепей или, иначе говоря, о величине *паразитных емкостей и индуктивностей*. Какая из этих величин накладывает более существенное ограничение на частотные свойства приборов и почему? Каков характер искажений, вносимых паразитными L и C?

При исследовании RL-цепей на очень высоких частотах (при крутых фронтах импульсов) возникают характерные искажения сигналов, отличающиеся от рассмотренных выше. Это происходит из-за наличия паразитных реактивностей. Какого типа искажения следует ожидать и почему?

Как измеряется напряжение на выходе в дифференцирующих и интегрирующих RC- и RL-цепочках?

Объясните смысл названий «дифференцирующая» и «интегрирующая» цепочка.

Что такое условие квазистационарности? При каких значениях длины провода оно не выполняется для значений R, L, C настоящей работы?

Почему условие квазистационарности важно для анализа переменных токов?

Объяснить, что происходит в цепи при положении ключа ***б*** рис. 1 и рис. 5.

ЛИТЕРАТУРА

Описание лабораторных работ. Часть 3. Электричество и магнетизм. - Новосибирск: НГУ, 1988.- 79 С.

Основы радиоэлектроники. Часть 1. Установившиеся и переходные процессы в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами. - Саратов: Саратовский университет, 1977.- 64 С.

Нейман Л. Р., Демирчян К. С. Теоретические основы электротехники. -М: Энергия, 1966.- Т. 1.

Сивухин Д. В., Общий курс физики. Том III. Электричество. (Любое издание).

Тамм И. Е. Основы теории электричества. (Любое издание).