

ЗАДАНИЕ I: Термодинамика, VI семестр, 2019 уч.год

1. Исходя из I-го Начала термодинамики показать, что для любого процесса $\varphi(\cdot, \cdot) = \text{const}$ с теплоемкостью $C_\varphi = C_\varphi(T, V)$, и для произвольных дифференцируемых функций Ψ, χ , между ним и термическим уравнением состояния $P = P(T, V)$ произвольной термодинамической системы имеется дифференциальная связь:

$$\left(\frac{\partial\Psi(P)}{\partial\chi(V)}\right)_\varphi = n_\varphi \left(\frac{\partial\Psi(P)}{\partial\chi(V)}\right)_T, \quad \text{где: } n_\varphi = \frac{(C_\varphi - C_P)}{(C_\varphi - C_V)}. \quad (1)$$

Определить n_φ для политропического, адиабатического, изотермического, изохорического и изобарического процессов, и решить соответствующие им уравнения для процессов с идеальным газом массивных частиц, $PV = NkT$, с $C_V = \text{const}$. Применимо ли такое дифференциальное уравнение (1) для политропического процесса с излучением, находящимся в тепловом равновесии с веществом? Если нет, то почему? Найти интеграл общего дифференциального уравнения политропического процесса и его явный вид для излучения?

2. Найти отношение C_φ/C_V для процесса: $\varphi(P, V) = PV^n = \text{const}$, $n = \text{const}$, с равновесным излучением.
3. Найти скорость звука $v_{\text{зв}} = \sqrt{(\partial P/\partial\rho)_S}$ в идеальном газе массивных частиц при такой температуре, что давление его равновесного излучения уже сравнимо с давлением самого газа, при $\rho = \rho_g = m\bar{n}$, $C_{Vg} = \lambda Nk$, $z = \frac{4\sigma T^3}{3\bar{n}k}$. Что измениться, если взять $\rho = \rho_g + \rho_r$, $\rho_r = \bar{u}(T)/c^2$?
4. Показать, что теплоемкость C_V зависит только от температуры для газов:

$$P = \frac{\nu RT}{V-b} - \frac{\tilde{a}}{V^{5/3}}, \quad P = \frac{\nu RT}{V-b} - \frac{a}{V(V-b)} + \frac{bc}{V(V^2-b^2)},$$

и, считая ее известной, найти энтропию и все термодинамические потенциалы этих газов.

5. Для:

$$\bar{n} \equiv \frac{N}{V}, \quad \alpha_P \equiv \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P, \quad K_{S, [T]} \equiv -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_{S, [T]; N}, \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V},$$

$$\text{доказать: } K_{S, [T]} = \frac{1}{\bar{n}} \left(\frac{\partial \bar{n}}{\partial P}\right)_{S/N, [T]}, \quad K_T = \gamma K_S, \quad \frac{S}{V} = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_\mu, \quad \bar{n} = \left(\frac{\partial P}{\partial \mu}\right)_T,$$

$$\left(\frac{\partial \bar{n}}{\partial \mu}\right)_T = K_T \bar{n}^2, \quad K_S = K_T - \frac{TV}{C_P} \alpha_P^2, \quad \frac{1}{K_S} = \frac{1}{K_T} + \frac{TV}{C_V} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2.$$

6. Магнетик объемом V в слабом магнитном поле \mathcal{H} под внешним давлением P имеет намагниченность единицы объема $\overline{\mathcal{M}} = \chi(T)\mathcal{H}$ и полный магнитный момент $M = \overline{\mathcal{M}}V$. Найти связь адиабатической объемной магнитоупругости $(\partial V/\partial \mathcal{H})_{P,S}$ с адиабатическим магнитоупругим (пьезомагнитным) эффектом $(\partial M/\partial P)_{\mathcal{H},S}$. Полагая его сжимаемость $K_S = \text{const}$, выразить $\Delta V/V \ll 1$ через \mathcal{H} . Решить эту задачу для изотермических $(\partial V/\partial \mathcal{H})_{P,T}$ и $(\partial M/\partial P)_{\mathcal{H},T}$, и K_T . Найти зависимость $K_S(\mathcal{H})$, если поле \mathcal{H} не меняет термическое уравнения состояния $P = P(T, V)$.
7. Доказать, что для теплоемкости $C_{V,N}$, как функции T, V, μ :

$$C_{V,N}(T, V, \mu) = T \left[\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{V,\mu} - \left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)_{V,\mu}^2 / \left(\frac{\partial N}{\partial \mu}\right)_{V,T} \right].$$

8. Выразив элемент работы $\delta A = -\frac{V}{4\pi}EdD$ электрического поля E с индукцией $D = \varepsilon(T)E$ для плоского конденсатора объемом $V = a\Sigma$, емкостью $\Omega(T) = \Omega_0\varepsilon(T)$, $\Omega_0 = \frac{\Sigma}{4\pi a}$, в переменных его разности потенциалов $\phi = Ea$, и заряда $q = \Omega(T)\phi$, найти: изменение энтропии и тепло выделившееся (?) при его изотермической зарядке; теплоемкости C_ϕ и C_q , и сравнить их с C_E и C_D и друг с другом, и с C_P .
9. Найти к.п.д. тепловой машины, работающей по обратимому циклу из изотермы, адиабаты и политропы, с максимальной и минимальной температурами $T_1 > T_2$ (два варианта). Сравнить с к.п.д. цикла Карно.
10. Найти теплоемкость процесса $\varphi(P, V) = \text{const}$ в терминах C_V, γ, V, K_T . Чему равно γ и K_T для системы с уравнением состояния $P = P(T)$. Что получится для излучения? Найти для него теплоемкость этого процесса в терминах существующих для него величин. Проверить ответ, решив с его помощью заново задачу 2.
11. В вертикально расположенном теплоизолированном цилиндре радиуса r закреплен теплопроводящий поршень массы m , делящий цилиндр на две равные части, в каждой из которых содержится по 1 моль ид. газа с $C_V = \text{const}$, при температуре T и давлении P . Затем поршень отпускают и он опускается под действием силы тяжести. Найти изменение энтропии газа в двух предельных случаях: а) $mg \ll \pi r^2 P$; б) $mg \gg \pi r^2 P$. Указание: используя параметры: $\eta = \frac{mg}{\pi r^2 P}$, $\xi = \frac{V_1 - V_2}{2V}$, $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, найти $\xi = \xi(\eta)$.
12. Три тела с одинаковой постоянной теплоемкостью имеют температуры $T_1 = T_2 = x$ и $T_3 = y$. До какой максимальной температуры T_{max} можно нагреть одно из них, используя тепло двух других и идеальную тепловую машину, работающую на любом перепаде температур, если извне не подводить тепла и не производить работу внешними силами? Как это можно сделать? Найти значение T_{max} для $x = 300$ К, $y = 100$ К.

Сдать до _____ марта сего года