



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Иркутский государственный университет»
(ФГБОУ ВПО «ИГУ»)



Физический факультет
Кафедра теоретической физики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Векторный и тензорный анализ

Код дисциплины по учебному плану Б2.В.2

Для студентов направления 011800.62 – «Радиофизика»

г. Иркутск

1. ОРГАНИЗАЦИОННО - МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Обеспечиваемые компетенции

ОК-12: способность к правильному использованию общенаучной и специальной терминологии.

ОК-16: способность овладения основными методами защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий, катастроф, стихийных бедствий.

ПК-1: способность использовать базовые теоретические знания (в том числе по дисциплинам профилизации) для решения профессиональных задач.

ПК-2: способность применять на практике базовые профессиональные навыки.

Цели курса

- Воспитание достаточно высокой математической культуры;
- Привитие навыков современных видов математического мышления;
- Привитие навыков использования методов и основ математического анализа в практической деятельности.

Математический анализ дает мощные методы исследования функций, основанные на применении дифференциального и интегрального исчисления, а также теории рядов. Математический анализ по праву является ключевым элементом математического аппарата современной физики.

Целью курса математического анализа в третьем семестре является изучение теории числовых и функциональных рядов и теории векторнозначных функций – векторного анализа.

Задачи курса

Данный курс призван решать следующие задачи:

- овладение понятиями и методами теории рядов и векторного анализа;
- повышение математической культуры применения методов и приемов определения математических понятий, понимание их физического смысла, доказательств теорем и утверждений, в том числе «на физическом уровне строгости»;
- формирование у студентов умений и навыков самостоятельного приобретения и применения знаний.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСОВ ПО ТЕМАМ И ВИДАМ РАБОТ

для студентов очного отделения

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных ед., 72 часа

№	Тема, раздел	Всего часов	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа студентов		
			лекции	семин.	лабор.	СРС	КСР	Вид КСР
1	Числовые ряды	9	2	2		4	1	Контрольная работа
2	Функциональные ряды	8	2	2		4		
3	Степенные ряды	11	3	3		4	1	Контрольная работа
4	Ряд и интеграл Фурье	12	3	3		5	1	Контрольная работа
5	Алгебра тензоров	11	3	3		5		
6	Дифференцирование векторных полей	11	3	3		5		
7	Интегрирование векторных полей	10	2	2		6		
	Экзамен							
	ВСЕГО	72	18	18		33	3	

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

3.1 *Общее содержание*

Тема 1. Числовые ряды

Сходимость и сумма числового ряда. Критерий Коши. Необходимое условие сходимости. Расходимость гармонического ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов: сравнения, Коши, Даламбера. Доказательство теоремы о том, что признак Коши сильнее признака Даламбера. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд. Теорема Лейбница о сходимости знакпеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость. Формулировка теоремы Римана.

Тема 2. Функциональные ряды

Равномерная сходимость и критерий Коши. Признак Вейерштрасса. Теоремы о предельном переходе (непрерывности), почленном интегрировании и дифференцировании функциональных рядов.

Тема 3. Степенные ряды

Радиус сходимости. Формула Коши - Адамара. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда, почленное интегрирование и дифференцирование. Достаточное условие разложимости функций в степенные ряды, разложение в ряд Тейлора элементарных функций, область сходимости.

Тема 4. Ряд и интеграл Фурье

Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье. Комплексная форма ряда Фурье, нахождение коэффициентов ряда. Пример: разложение пилообразной функции в ряд Фурье. Предельный переход от ряда Фурье к интегралу Фурье. Преобразование Фурье для производной.

Тема 5. Алгебра тензоров

Преобразование компонент трехмерного вектора при вращении системы координат, ортогональность матрицы вращения. Определение тензора n-го ранга. Алгебра тензоров: внешнее произведение, теорема с свертке. Единичный антисимметричный тензор ε_{ijk} (символ Леви-Чивита) и теория детерминантов. Векторное и смешанное произведение векторов как свертка с ε_{ijk} . Свойства. Геометрический смысл. Свертка $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}$ и формула В(AC)-C(AB). Отражение системы координат. Тензоры и псевдотензоры.

Тема 6. Дифференцирование векторных полей

Скалярные поля (преобразование, индуцированное инвариантностью). Векторные поля (закон преобразования). Градиент – векторное поле, дивергенция – скалярное поле. Геометрический смысл. Ротор, примеры вычисления.

Тема 7. Интегрирование векторных полей

Криволинейные и поверхностные интегралы II-го рода. Приемы вычисления. Теорема Гаусса. Физический смысл дивергенции. Теорема Стокса. Физический смысл ротора. Три условия потенциальности поля. Ортогональные криволинейные системы координат. Выражения для градиента, дивергенции и лапласиана в криволинейной ортогональной системе координат.

3.2 Темы семинарских занятий

ТЕМА № 1. Сходимость и сумма числового ряда. Критерий Коши

ТЕМА № 2. Необходимое условие сходимости. Расходимость гармонического ряда

ТЕМА № 3. Признаки сходимости знакоположительных рядов: сравнения, Коши, Даламбера

ТЕМА № 4. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд

ТЕМА № 5. Теорема Лейбница о сходимости знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость

ТЕМА № 6. Теоремы Римана

ТЕМА № 7. Равномерная сходимость и критерий Коши. Признак Вейерштрасса

ТЕМА № 8. Теоремы о предельном переходе (непрерывности), почленном интегрировании и дифференцировании функциональных рядов

ТЕМА № 9. Радиус сходимости. Формула Коши - Адамара

ТЕМА № 10. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда, почленное интегрирование и дифференцирование.

ТЕМА № 11. Достаточное условие разложимости функций в степенные ряды, разложение в ряд Тейлора элементарных функций, область сходимости

ТЕМА № 12. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье. Комплексная форма ряда Фурье, нахождение коэффициентов ряда

ТЕМА № 13. Пример: разложение пилообразной функции в ряд Фурье

ТЕМА № 14. Преобразование компонент трехмерного вектора при вращении системы координат, ортогональность матрицы вращения

ТЕМА № 15. Алгебра тензоров: внешнее произведение, теорема с свертке

ТЕМА № 16. Единичный антисимметричный тензор ε_{ijk} (символ Леви-Чивита) и теория детерминантов

ТЕМА № 17. Векторное и смешанное произведение векторов как свертка с ε_{ijk} . Геометрический смысл

ТЕМА № 18. Свертка $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}$ и формула $B(AC)-C(AB)$

ТЕМА № 19. Скалярные поля (преобразование, индуцированное инвариантностью). Векторные поля (закон преобразования)

ТЕМА № 20. Градиент – векторное поле, дивергенция – скалярное поле. Геометрический смысл.

ТЕМА № 21. Ротор, примеры вычисления

ТЕМА № 22. Криволинейные и поверхностные интегралы II-го рода. Приемы вычисления

ТЕМА № 23. Теорема Гаусса. Физический смысл дивергенции

ТЕМА № 24. Теорема Стокса. Физический смысл ротора

ТЕМА № 25. Три условия потенциальности поля

ТЕМА № 26. Ортогональные криволинейные системы координат

ТЕМА № 27. Выражения для градиента, дивергенции и лапласиана в криволинейной ортогональной системе координат

3.3 Тематика заданий для самостоятельной работы

- 1) По сборнику задач Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу, 1990 - №№ 2546-2552, 2554, 2556-2564, 2568, 2571, 2573, 2574, 2577, 2578-2583, 2586-2589, 2589.1, 2593, 26-07-2609, 2619, 2620, 2623, 2659-2662, 2664, 2666.1, 2667-2570, 2673, 2675, 2677, 2697, 2698, 2716, 2717, 2724, 2773Ю, 2745, 2746-2749, 2767-2769, 2774(а-в), 2775, 2792, 2812-28-18, 2821-2823, 2831.2, 2833-2835, 2838-2844, 2849, 2851-2857, 2869-2871, 2874, 2879, 2882, 2906-2909, 2911, 2912, 2921-2924, 2936, 2937, 2941, 2938/
- 2) По учебному пособию Мангазеев Б.В., Афанасьев А.Д. Векторный анализ для физиков, методическое пособие, ИГУ, 1992.- задания на стр.77-85.

3.4 Примерный список вопросов к зачету

1. Сходимость и сумма числового ряда. Критерий Коши. Необходимое условие сходимости. Расходимость гармонического ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов: сравнения, Коши, Даламбера. Доказательство теоремы о том, что признак Коши сильнее признака Даламбера. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд. Теорема Лейбница о сходимости знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость. Формулировка теоремы Римана.
2. Функциональные ряды. Равномерная сходимость и критерий Коши. Признак Вейерштрасса. Теоремы о предельном переходе (непрерывности), почленном интегрировании и дифференцировании функциональных рядов.
3. Степенные ряды. Радиус сходимости. Формула Коши - Адамара. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда, почленное интегрирование и дифференцирование. Достаточное условие разложимости функций в степенные ряды, разложение в ряд Тейлора элементарных функций, область сходимости.
4. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье. Комплексная форма ряда Фурье, нахождение коэффициентов ряда. Пример: разложение пилообразной функции в ряд Фурье. Предельный переход от ряда Фурье к интегралу Фурье. Преобразование Фурье для производной.
5. Преобразование компонент трехмерного вектора при вращении системы координат, ортогональность матрицы вращения. Определение тензора n-го ранга. Алгебра тензоров: внешнее произведение, теорема о свертке. Единичный антисимметричный тензор ε_{ijk} (символ Леви-Чивита) и теория детерминантов. Векторное и смешанное произведение векторов как свертка с ε_{ijk} . Свойства. Геометрический смысл. Свертка $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}$ и формула $B(AC)-C(AB)$. Отражение системы координат. Тензоры и псевдотензоры.

6. Скалярные поля (преобразование, индуцированное инвариантностью). Векторные поля (закон преобразования). Градиент - векторное поле, дивергенция - скалярное поле. Геометрический смысл. Ротор, примеры вычисления.

7. Криволинейные и поверхностные интегралы II-го рода. Приемы вычисления. Теорема Гаусса. Физический смысл дивергенции. Теорема Стокса. Физический смысл ротора. Три условия потенциальности поля. Ортогональные криволинейные системы координат. Выражения для градиента, дивергенции и лапласиана в криволинейной ортогональной системе координат.

4. ФОРМЫ ПРОМЕЖУТОЧНОГО И ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ

Форма промежуточного контроля – контрольные работы.

Форма итогового контроля – зачет.

Время, условия проведения и система оценок при итоговом контроле соответствуют стандартным рамкам проведения сессии на физическом факультете ФГБОУ ВПО “ИГУ”.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА

Интернет-источники: сайт университета www.isu.ru, электронная библиотека elibrary.ru.

Оборудование: аудитория с мультимедийным оборудованием.

Материалы: учебно-методические пособия, тестовые задания, контрольные задания для аудиторной и самостоятельной работы студентов.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.3, 1966. (в библиотеке 180 экз.)
2. Кудрявцев Л.Д., Математический анализ, т.1-2, 1973. (в библиотеке 300 экз.)
3. Демидович Б.П. Сборник задач по математическому анализу, 1990, 2003 (в библиотеке 500 экз.).

Дополнительная

1. Мангазеев Б.В., Афанасьев А.Д. Векторный анализ для физиков, методическое пособие, ИГУ, 1992.
2. Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды, 1967, 2002 (в библиотеке 60 экз.)
3. Арфкен Г. Математические методы в физике, 1970.
4. Рудин У. Основы математического анализа, 1975.
5. Сокольников И.С. Тензорный анализ: Теория и применения в геометрии и в механике сплошных сред, 2007.

6. Батыгин В.В., Топтыгин Н.Н. Сборник задач по электродинамике, 1970. (в библиотеке 100 экз.)

ЛИСТ ОБНОВЛЕНИЯ

Дата	Внесенные обновления	Подпись автора	Подпись зав. кафедрой

Программу составил Мангазеев Борис Викторович, кандидат
физико-математических наук,
доцент кафедры теоретической физики


Подпись

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры теоретической физики

дата 30.08.2011, протокол № 1


Валл А.Н.
подпись зав. кафедрой

Согласовано: председатель УМК  Карнаков В.А.